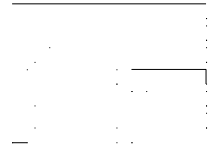


**UNIVERSIDAD MAYOR DE SAN SIMÓN
FACULTAD DE CIENCIAS Y TECNOLOGÍA
CARRERA DE INGENIERÍA CIVIL**



**MODERNIZACIÓN DE LA ENSEÑANZA
APRENDIZAJE EN LA ASIGNATURA DE
HIDRÁULICA II (CIV 230)
TEXTO GUÍA DE LABORATORIO**

**Por: HECTOR ERNESTO GÁLVEZ RIBERIN
WILDE ROBERTO CAMACHO SALAZAR**

Tutor: Msc. Ing. Marco Escobar Seleme

COCHABAMBA - BOLIVIA

Mayo, 2006

Laboratorio de Hidráulica

1.1. LOS SECRETOS DEL AGUA

"No existe tal vez rama de la ingeniería que posea una historia tan rica como la hidráulica. Precisión de disponer de agua para satisfacer necesidades básicas corporales y domésticas; utilización de vías marítimas o fluviales para el transporte, y cruce de ellas; irrigación de cultivos; defensa contra las inundaciones; aprovechamiento de la energía de corrientes; todo esto ha forzado al hombre desde los tiempos más antiguos a vérselas con el agua. No ha sido un trato fácil. El habitante urbano que la observa a diario, dócil a sus necesidades, bajar mansa de la llave, no tiene idea de su idiosincrasia. No imagina con cuánta paciencia y astucia hay que manejar a esta nuestra gran amiga-enemiga; cuán a fondo hay que entender su índole altiva para poder someterla y doblegarla; cómo hay que "dorarle la píldora" para reducirla a nuestra voluntad, respetando -sin embargo- la suya. Por eso, el hidráulico ha de ser, ante todo, algo así como un psicólogo del agua, conocedor profundo de su naturaleza.

En efecto, no es con violencia como se pueden hurtar sus secretos, sino con amor; con esa comprensión que se deriva de una larga convivencia con ella, tan larga que ni la vida de un individuo, ni la de muchas generaciones, es suficiente. Hay que atesorar todo lo que la humanidad ha venido aprendiendo, a veces a costa suya, dejándose sorprender; otras, al intentar precaverse, realizando observaciones, ensayos, cálculos. Esto es lo que tratan de hacer los libros de texto, en lo que se refiere a esos aspectos de la hidráulica que se considera puedan requerirse en su práctica actual. Sin embargo, dichos libros, con todos sus méritos, adolecen por lo general de un defecto: crear la ilusión de una ciencia demasiado madura y segura de sí misma; que, algo alejada -a veces- de los fenómenos que pretende dominar, olvida las limitaciones de sus principios y adquisiciones, y hace que parezcan duraderos muchos de los que algún día, tal vez muy cercano, podrían ser puestos en duda o refutados."

Con estos preciosos párrafos comienza el profesor Enzo Levi su libro titulado "El Agua Según la Ciencia". Este mensaje debe acompañarnos siempre en cualquier tarea que queramos realizar para el mejor conocimiento del agua. En estas notas de laboratorio se presentarán los conceptos teóricos fundamentales para el trabajo experimental. El trabajo de práctica puede enfocarse de diversas maneras según lo que se pretenda resaltar. Este será entonces una actividad con un principio pero sin un final, que será enriquecido permanentemente en el tiempo.

1.2. LA EXPERIMENTACIÓN

¿Por qué es necesaria la experimentación?

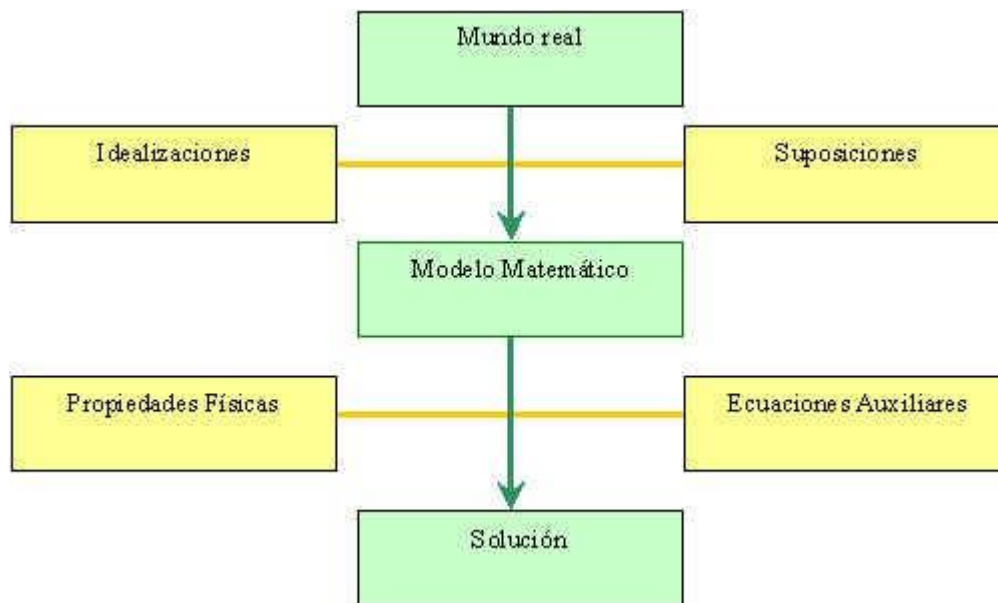
¿Para qué sirven los experimentos?

¿Por qué debemos estudiar el tema de la experimentación?

¿Los experimentos hechos en cursos de ciencia e ingeniería demuestran principios físicos y procedimientos, pero una vez realizados estas demostraciones y sus lecciones aprendidas, para qué molestarnos con experimentos?

¿Con las leyes de la física que conocemos, con los sofisticados métodos de solución analítica que estudiamos, con el creciente conocimiento en técnicas de solución numérica y con el maravilloso poder disponible de la computación, existe alguna necesidad más para experimentar en el "mundo real"?

Todas estas preguntas tienen sentido. Para responderlas, consideremos el siguiente esquema:



El esquema representa una aproximación analítica típica para encontrar una solución a un problema físico. La información experimental es requerida casi siempre en uno o más estados del proceso de solución, aun cuando se use una aproximación analítica. Algunas veces son necesarios resultados experimentales previos, para poder hacer suposiciones e idealizaciones "realistas" y formular así un modelo matemático que represente el procedimiento del "mundo real". La información experimental puede también presentarse en forma de valores de propiedades físicas y ecuaciones auxiliares, necesarias para la solución. Aún en situaciones en las que la aproximación de la situación es analítica (o numérica), la información de la experimentación va incluida en el proceso de solución.

1.3. FASES DE UN PROGRAMA EXPERIMENTAL

Un programa de experimentación puede ser dividido de diversas maneras. Consideremos por ejemplo las siguientes fases experimentales:

- Planeamiento.
- Diseño.
- Construcción.
- Depuración.
- Ejecución.
- Análisis de datos.
- Reporte de resultados.

No existe una distinción clara entre estas fases; algunas veces ocurren traslapos, o bien, varias fases se desarrollan simultáneamente (por ejemplo si algo descubierto durante la depuración obliga a cambios de diseño y construcción).

En la fase de planeación se consideran y evalúan distintas aproximaciones que pueden seguirse para la solución del problema formulado. También se conoce como diseño preliminar.

En la fase de diseño se determina la instrumentación necesaria y los detalles para la configuración de los aparatos experimentales, de acuerdo con la información recopilada en la fase preliminar.

Se define un plan de experimentación, las condiciones de trabajo, los datos que se recogen la forma de procesarlos, etc.

En la fase de construcción se acoplan los elementos seleccionados al equipo experimental y se ejecuta una calibración de los instrumentos.

En la depuración se inicia la utilización del equipo. Aquí se descubren los imprevistos (¡que siempre deben esperarse!). Los resultados obtenidos en esta fase pueden llevar a algún rediseño y a cambios en la construcción u operación del equipo experimental. Al finalizar esta fase, el experimentador debe dominar el manejo de los aparatos y conocer los factores que influyen en la incertidumbre de resultados.

Durante la ejecución se realizan los experimentos y se leen los datos, se registran y almacenan. La operación de los aparatos puede ser monitoreada mediante acondicionadores de señal diseñados en el sistema, que protejan de cambios indeseables de difícil percepción, en los aparatos o en las condiciones de operación.

En el análisis de datos se lleva a cabo un estudio de estos para determinar la respuesta o la solución al problema que ha sido investigado.

En el reporte, los datos y las condiciones deben presentarse de manera que maximice la utilidad de los resultados experimentales.

1.4. REQUISITOS DEL TRABAJO DE LABORATORIO

Los principales requisitos de cualquier investigación en laboratorio son los siguientes:

- a.** Determinar el equipo que represente correctamente las condiciones especificadas para la investigación que se pretende realizar.
- b.** Disponer de toda la instrumentación necesaria para la medición de las variables involucradas (caudal, niveles, presión, etc.)
- c.** Desarrollar el experimento con el suficiente número de medidas exactas, con el fin de obtener resultados significativos. ¡Tres puntos no hacen una relación gráfica confiable!
- d.** Presentar los resultados de manera clara y concisa.
- e.** Discutir e interpretar los resultados y de acuerdo con ello sacar conclusiones.

1.5. PRESENTACIÓN DEL INFORME

El informe de laboratorio debe cubrir los siguientes apartados:

Título y objetivos del experimento

Teoría

Aparatos, instrumentos y materiales utilizados

Procedimiento del experimento

Datos y Observaciones

Cálculos y Resultados

Análisis de Resultados

Conclusiones

Bibliografía

El contenido de cada apartado es el siguiente:

Título y objetivos del experimento:

El título en sí expone el objetivo del experimento. Debe ser lo más corto posible, pero describiendo adecuadamente el trabajo realizado.

Los objetivos deben especificar de manera clara lo que se pretende estudiar y los conocimientos que se pretenden adquirir. No deben confundirse con un listado de las actividades realizadas.

Teoría

Se hace referencia a los principios físicos relacionados directamente con el experimento y que soportan el trabajo realizado. Se describen las fórmulas empleadas, definiendo la simbología utilizada.

utilizada. Debe hacerse con apoyo en material bibliográfico, pero no debe ser una copia textual de éste ni una secuencia de párrafos copiados y sin relación entre ellos.

Aparatos, instrumentos y materiales utilizados

Se presenta una descripción del equipo con el cual se trabajó y de los instrumentos utilizados. Se deben incluir esquemas y se debe describir la función de cada instrumento. En lo posible, debe indicarse la precisión del equipo. No debe limitarse a un simple listado de instrumentos.

Procedimiento del experimento

Se enuncia cada paso llevado a cabo en el experimento, en el mismo orden de ejecución y de una forma clara, de tal manera que el lector pudiera reproducir en la forma más cercana posible el experimento.

Datos y Observaciones

Los valores medidos en el laboratorio deben organizarse en una tabla. Esta tabla debe ser completada en el laboratorio durante o inmediatamente después del experimento. Los datos tomados deben ser analizados y comparados en el momento, con el fin de verificar su coherencia y correspondencia.

La nomenclatura usada debe ser explicada y ser coherente con la usada en la teoría.

Además de los datos, deben hacerse anotaciones sobre los fenómenos observados en la práctica y que no necesariamente son medidos.

Cálculos y Resultados

Se presentan en forma ordenada (posiblemente tabulados) los cálculos realizados al procesar los datos y los resultados obtenidos. Si los cálculos son repetidos, se puede presentar un modelo de cálculo y luego una tabla con todos los resultados. Dependiendo del fenómeno estudiado, las gráficas pueden ser útiles para realizar los cálculos y obtener resultados.

Algunas veces y para mayor claridad, los datos se vuelven a presentar en la tabla de Cálculos y Resultados.

Algunas personas prefieren presentar en forma conjunta los datos, los cálculos y los resultados. En este caso debe señalarse en una forma apropiada cuáles de las variables corresponden a valores tomados en el laboratorio y cuáles de ellas se obtienen en el proceso de cálculo.

Análisis

Cualquier relación que pueda existir entre las variables medidas, debe mostrarse en una gráfica. Los valores medidos deben ubicarse en la gráfica y debe trazarse sobre ella una curva de ajuste encontrada con un análisis matemático, el cual debe incluirse. Si el propósito del experimento es evaluar ciertas constantes o coeficientes, debe hacerse una comparación entre los datos experimentales hallados en el laboratorio y los consignados en libros o catálogos. Si el experimento consiste en probar una relación teórica, debe hacerse una comparación entre los resultados teóricos y los experimentales.

Conclusiones

Debe presentarse un análisis completo de las relaciones entre las variables, las comparaciones entre los resultados experimentales y los conceptos teóricos, y el desarrollo del experimento. Los resultados que presenten discrepancias deben ser discutidos, así como las posibles causas de error, proponiendo ideas que contribuyan a mejorar los resultados y el procedimiento de trabajo. En cierta forma, se trata de hacer inferencias a partir del análisis de resultados.

Bibliografía

Deben indicarse todos los textos, notas de profesores, trabajos de compañeros, manuales, catálogos, etc. Que hayan sido usados en la realización del informe.

1.6. ALGUNAS RECOMENDACIONES:

Los informes de ingeniería deben escribirse en tercera persona del singular y en tiempo presente.

Deben tener la claridad suficiente para que una persona con algún conocimiento del tema, pero completamente ajena a los trabajos realizados, pueda entenderlos.

Las ideas deben ser claras y coherentes unas con otras. Generalmente, se prefiere emplear una cadena de frases cortas en lugar de una frase larga y confusa en donde se expresan varias ideas simultáneamente.

Las tablas y figuras deben ser numeradas y deben tener un título que indique claramente la información que se muestra en ellas. Además, deben ser mencionadas previamente en el texto, en donde también debe decirse por que se muestra y que

información debe consultarse en ella. Debe aparecer lo más cerca posible del párrafo en donde se mencionan por primera vez. La numeración y el nombre de una tabla deben ir en la parte superior de ésta, mientras que los de una figura deben ir en la parte inferior de ella. El término figura (y no gráfica) incluye dibujos, fotos e imágenes.

La nomenclatura utilizada en las fórmulas y en las tablas debe ser bien explicada.

No deben dejarse títulos sueltos al final de una página (control de viudas y huérfanos).

1.7. ANÁLISIS DE REGRESIÓN Y CORRELACIÓN

Cuando se trabaja con dos o más variables, es importante conocer la relación entre ellas. Si una o más variables son aleatorias, no habrá una relación unívoca entre los valores de dos de las variables -es decir, dado un valor de una variable (la variable controlada), hay un posible rango de valores de la otra- y por lo tanto se requiere una descripción probabilística. La relación probabilística de las variables, que se describe con la media y la varianza de una variable aleatoria en función de los valores de la otra variable, se conoce como **análisis de regresión**. Cuando el análisis se limita a funciones lineales, se trata de una **regresión lineal**, pero la regresión puede ser también de tipo no lineal. En algunos casos, problemas de regresión no lineal pueden convertirse en lineales mediante una transformación de las variables originales.

Regresión con varianza constante

Cuando se ubican en una gráfica bidimensional las parejas de datos de dos variables X y Y, debe tenerse en cuenta que los valores de Y por ejemplo, dependen de X, y por tanto los datos de Y han de analizarse (para determinar la media, la varianza, etc.) con la debida consideración de X. En la **figura 1** se observa una tendencia general de los valores de Y, a aumentar directamente proporcionales con X (X puede ser determinística o aleatoria). Entonces la media de los valores de Y aumentará con el aumento de los valores de X, aunque los valores reales de Y no necesariamente tienen que incrementarse directamente con los valores de X.

Supongamos que esta relación es lineal, es decir,

$$E(Y|X) = \alpha + \beta X \quad (1)$$

donde α y β son constantes, y la varianza de Y puede ser independiente o ser función de X. Esta ecuación se conoce como la regresión lineal de Y sobre X. Vamos a considerar el caso con $\text{Var}(Y|X) = \text{constante}$.

Muchas rectas, pueden satisfacer la función del valor medio de Y, dependiendo de los valores de α y β . La mejor línea será la que pase entre los puntos de los datos con el mejor ajuste. En la **figura 1**, se muestra la diferencia entre cada valor observado y_i y la recta $y_i = \alpha + \beta x_i$, es $|y_i - y_i'|$. Entonces la mejor línea es aquella con la diferencia total mínima, y se obtiene minimizando la suma de los errores (diferencias) cuadrados, o sea minimizando

$$\Delta^2 = \sum_{i=1}^n (y_i - y_i')^2 = \sum_{i=1}^n (y_i - \alpha - \beta x_i)^2 \quad (2)$$

Donde n es el número de puntos de los datos. Este es el método conocido como de los mínimos cuadrados. Para obtener los estimados $\hat{\alpha}$ y $\hat{\beta}$ se procede a derivar la ecuación (2):

$$\frac{\partial \Delta^2}{\partial \alpha} = \sum_{i=1}^n 2 (y_i - \alpha - \beta x_i) (-1) = 0$$

$$\frac{\partial \Delta^2}{\partial \beta} = \sum_{i=1}^n 2 (y_i - \alpha - \beta x_i) (-x_i) = 0$$

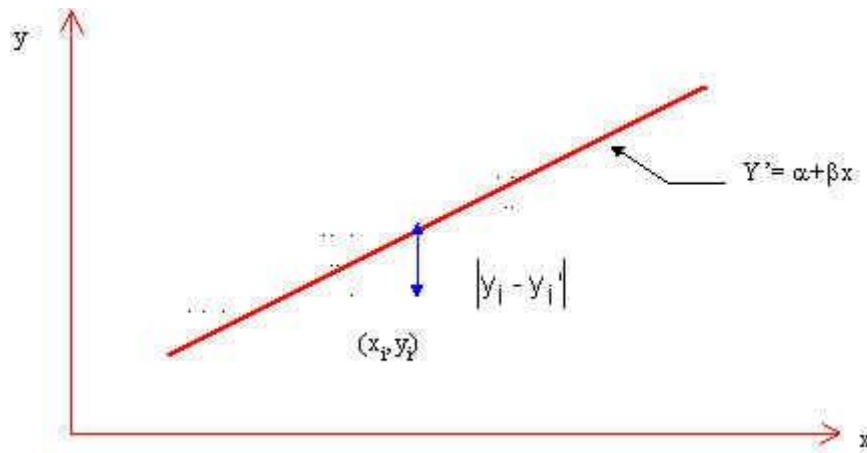


Figura 1. Análisis de Regresión lineal de datos de dos variables

de donde se obtiene

$$\hat{\alpha} = \frac{1}{n} \sum y_i - \frac{\hat{\beta}}{n} \sum x_i = \bar{y} - \hat{\beta} \bar{x} \quad (3)$$

$$\hat{\beta} = \frac{\sum x_i y_i - n \bar{x} \bar{y}}{\sum x_i^2 - n \bar{x}^2} = \frac{\sum (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{\sum (x_i - \bar{x})^2} \quad (4)$$

donde $\Sigma = \Sigma_{i=1}^n$

La línea de regresión de los mínimos cuadrados es entonces:

$$E(Y|x) = \hat{\alpha} + \hat{\beta} x \quad (5)$$

Esta línea de regresión es válida solamente en el rango de valores de x observados. Las ecuaciones **(1)** a **(5)** se refieren a la regresión de Y sobre X. Si X y Y son ambas variables aleatorias, puede obtenerse también la regresión de X sobre Y, siguiendo el mismo procedimiento; en este caso se obtendría la ecuación de regresión de $\hat{\alpha}$. En general, esta es una ecuación lineal diferente de $E(Y|x)$. Sin embargo las dos ecuaciones siempre se interceptan en $\hat{\alpha}$.

Ya que la tendencia general de la relación se explica con la línea de regresión de la ecuación **(5)**, la varianza alrededor de esta línea es la medida de dispersión, que es la varianza condicional $\text{Var}(Y|x)$. Para el caso en el cual la varianza condicional $\text{Var}(Y|x)$ se asume constante en el rango de interés de x, un estimado imparcial de la varianza es

$$S_{Y|x}^2 = \frac{1}{n-2} \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2 \quad (6)$$

$$S_{Y|x}^2 = \frac{1}{n-2} \left[\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2 - \hat{\beta}^2 \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \right]$$

que es igual a

$$S_{Y|x}^2 = \frac{\Delta^2}{n-2}$$

Y por lo tanto, la desviación estándar condicional es $S_{Y|x}$.

Los coeficientes $\hat{\alpha}$, $\hat{\beta}$ y $S_{Y|x}^2$, son estimados de los valores reales de α , β y $\text{Var}(Y|x)$.

Análisis de correlación. Estimación del coeficiente de correlación

El estudio del grado de relación lineal entre variables aleatorias se conoce como análisis de correlación. La exactitud de una predicción lineal dependerá de la correlación entre las variables.

Matemáticamente la correlación entre dos variables X y Y, se mide por el coeficiente de correlación definido como

$$\rho = \frac{\text{Cov}(X, Y)}{\sigma_x \sigma_y} = \frac{E[(X - \mu_x)(Y - \mu_y)]}{\sigma_x \sigma_y}$$

Basado en un grupo de valores observados X y Y, el coeficiente de correlación puede ser estimado por

$$\hat{\rho} = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n \frac{(x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{S_x S_y} \quad (7)$$

$$\hat{\rho} = \frac{1}{n-1} \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i - n \bar{x} \bar{y}}{S_x S_y}$$

Donde $\bar{x}, \bar{y}, S_x, S_y$ son respectivamente las medias muestrales y las desviaciones estándares muestrales de X y Y. El valor de $\hat{\rho}$ está comprendido entre -1 y 1 y es una medida de la relación lineal entre las variables X y Y. Si el $\hat{\rho}$ estimado está cercano a 1 ó -1 , hay una fuerte relación lineal entre X y Y, y el análisis de regresión lineal puede ser realizado; si $\hat{\rho} \cong 0$, no existe una buena relación lineal entre las variables.

De las ecuaciones (4) y (7) puede demostrarse que

$$\hat{\rho} = \hat{\beta} \frac{S_x}{S_y} \quad (8)$$

la cual es una relación útil entre el estimado de β y el coeficiente de regresión α . Sustituyendo (8) en (6) se obtiene

$$\hat{\text{Var}}(Y|x) = \frac{1}{n-2} \left[\sum (y_i - \bar{y})^2 - \hat{\rho}^2 \frac{S_y^2}{S_x^2} \sum (x_i - \bar{x})^2 \right]$$

$$\hat{\text{Var}}(Y|x) = \frac{n-1}{n-2} S_y^2 (1 - \hat{\rho}^2)$$

de lo cual se tiene

$$\hat{\rho}^2 = 1 - \frac{n-2}{n-1} \frac{S_{Y|x}^2}{S_y^2}$$

A mayor valor de $|\hat{\rho}|$, mayor será la reducción en la varianza y por tanto, mejor será la predicción basada en la ecuación de regresión.

Bibliografía

Lomax W. R., Saul A.J. Laboratory Work in Hydraulics. Bolton Institute of Technology. Great Britain 1979.

Laboratory Work in Hydraulics

Ang Alfredo H-S, Teng Wilson H. Probability Concepts in Engineering Planning and Design. Volumen I. Basic Principles. John Wiley & Sons

1.8. EXACTITUD DE MEDIDAS

Es importante conocer cómo cualquier error en la lectura de las variables afecta los resultados generales en los cálculos. Un método para hacerlo es expresando la cantidad calculada en términos de las variables medidas y aplicar teoría de errores.

Por ejemplo, los errores en el cálculo del coeficiente C_d para un vertedero rectangular de borde agudo, pueden resultar de errores en la medición de volumen o peso del agua recogida (V , P), del tiempo de recolección (t) y de la altura de la superficie del agua sobre la cresta del vertedero, medida aguas arriba como se acostumbra (h).

Por definición:

$$Q = C_d \frac{2}{3} b \sqrt{2g} h^{3/2}$$

$$Q = \frac{V}{t} = \frac{m}{\rho t}$$

Donde:

Q = caudal.

b = ancho del vertedero.

g = aceleración de la gravedad.

h = altura de la superficie del agua sobre la cresta

V = volumen recogido.

t = tiempo de recolección.

m = masa recolectada.

ρ = densidad.

Despejando Cd,

$$C_d = \frac{3}{2} \frac{V}{\sqrt{2g} b t h^{3/2}} = \frac{3}{2} \frac{V b^{-1} t^{-1} h^{-3/2}}{\sqrt{2g}} = k V b^{-1} t^{-1} h^{-3/2}$$

derivando Cd entre cada variable, asumiendo las demás constantes:

$$\frac{\partial C_d}{\partial b} = -k V b^{-2} t^{-1} h^{-3/2} \quad \frac{\partial C_d}{\partial h} = -\frac{3}{2} k V b^{-1} t^{-1} h^{-5/2}$$

$$\frac{\partial C_d}{\partial V} = k b^{-1} t^{-1} h^{-3/2} \quad \frac{\partial C_d}{\partial t} = -k V b^{-1} t^{-2} h^{-3/2}$$

Dividiendo cada diferencial por el valor de Cd,g

$$\frac{\frac{\partial C_d}{\partial b}}{C_d} = -\frac{\frac{\partial b}{b}}{\frac{\partial C_d}{C_d}} = -\frac{3}{2} \frac{\frac{\partial h}{h}}{\frac{\partial C_d}{C_d}}$$

$$\frac{\frac{\partial C_d}{\partial V}}{C_d} = \frac{\frac{\partial V}{V}}{\frac{\partial C_d}{C_d}} = -\frac{\frac{\partial t}{t}}{\frac{\partial C_d}{C_d}}$$

En cada caso δC_d es el error parcial en Cd debido a los errores parciales $\delta V/V$, $-\delta b/b$, $-\delta t/t$, $-(3/2) \delta h/h$.

Como los errores son acumulativos, el mayor error global posible en Cd será la suma de los errores parciales considerados positivos.

$$\frac{\delta C_d}{C_d} = \frac{\delta V}{V} + \frac{\delta b}{b} + \frac{\delta t}{t} + \frac{3}{2} \frac{\delta h}{h}$$

El más alto porcentaje de error ocurrirá en la medida menor de la cantidad referida.

Supóngase que V es medida en una balanza con precisión de 1 g y se alcanza a pesar 10 Kg. Entonces:

$$\frac{\delta V}{V} = \frac{1 \text{ g}}{10000 \text{ g}} * 100 = 0.01\%$$

El ancho del vertedero es de 30 cm medidos con un flexómetro de 1 mm de precisión.

$$\frac{\delta b}{b} = \frac{1 \text{ mm}}{300 \text{ mm}} * 100 = 0.3\%$$

Se toman 4 s en recoger el agua, medidos con un cronómetro de precisión 0.01 s.

$$\frac{\delta t}{t} = \frac{0.01 \text{ s}}{4 \text{ s}} * 100 = 0.25\%$$

Y si consideramos un error humano de 0.1 s

$$\frac{\partial t}{t} = \frac{0.1 \text{ s}}{4 \text{ s}} * 100 = 2.5\%$$

La altura sobre la cresta de agua se mide con un flexómetro de 1mm de precisión y ha sido de 4.5 cm

$$\frac{3}{2} \frac{\partial h}{h} = \frac{3}{2} * \frac{1 \text{ mm}}{45 \text{ mm}} * 100 = 2.22\%$$

Entonces el error general máximo en el cálculo de Cd, debido a los errores individuales será:

$$\frac{\partial C_d}{C_d} = (0.01 + 0.3 + 0.25 + 2.5 + 2.22)\% = 5.28\%$$

En algunos casos este error global puede ser significativo, por ello debe ponerse especial atención en la toma de las medidas individuales.

Cuando se trabaja en grupo, es aconsejable una segunda opinión de una lectura, y si el tiempo lo permite, puede tomarse una serie de lecturas registrando el valor promedio.

Bibliografía

Lomax W. R., Saul A.J. Laboratory Work in Hydraulics. Bolton Institute of Technology. Great Britain 1979.

Laboratory Work in Hydraulics

Ang Alfredo H-S, Teng Wilson H. Probability Concepts in Engineering Planning and Design. Volumen I. Basic Principles. John Wiley & Sons

1.9. PRÁCTICAS A REALIZAR EN EL LABORATORIO DE HIDRÁULICA

	INDICE	Página
1.9.1	<u>Experimento de Reynolds (canales)</u>	14
1.9.2	<u>Perfil de velocidad</u>	17
1.9.3	<u>Energía y fuerza específicas</u>	21
1.9.4	<u>Resalto hidráulico</u>	26
1.9.5	<u>Flujo uniforme</u>	29
1.9.6	<u>Flujo gradualmente variado</u>	32
1.9.7	<u>Fuerza sobre una compuerta</u>	38
1.9.8	<u>Calibración de una compuerta</u>	43
1.9.9	<u>Vertederos de pared gruesa</u>	46
1.9.10	<u>Vertederos de pared delgada</u>	49

1.9.1. EL EXPERIMENTO DE REYNOLDS EN CANALES (1880)

Fundamento teórico

El experimento de Reynolds trata de determinar los factores que afectan el movimiento de un fluido y en qué forma lo afectan. Este movimiento puede ser "sinuoso" (turbulento) o "directo" (laminar) dependiendo de:

La viscosidad cinemática del fluido

La velocidad de la corriente

La longitud característica del conducto que transporta el fluido

Reynolds hace la siguiente analogía:

"Las circunstancias que determinan si el movimiento de tropas será una marcha o una confusión se parecen mucho a aquellas que determinan si el movimiento será directo o sinuoso. En ambos casos existe cierta influencia necesaria para el orden: con las tropas es la disciplina; con el agua, su viscosidad o aglutinación. Cuanto mejor sea la disciplina de las tropas, o bien más glutinoso sea el fluido, menos probable es que el movimiento regular se altere en alguna ocasión. Por otro lado, velocidad y tamaño son en ambos casos favorables a la inestabilidad: tanto más

grande es la armada y más rápidas sus evoluciones tanto mayor es la oportunidad de desorden; así como el fluido, cuanto más ancho sea el canal y más rápida la velocidad tanto mayor es la probabilidad de remolinos."

Con esto Reynolds concluye que la condición natural de un fluido no es el orden sino el desorden.

La determinación de flujo laminar o turbulento fue definida por Reynolds, mediante la definición del parámetro adimensional conocido como el número de Reynolds (Re), el cual relaciona los tres factores que afectan el movimiento:

$$Re = \frac{\rho D v}{\mu} = \frac{D v}{\nu} \quad (1)$$

donde ρ es la densidad del fluido, D es el diámetro interno del conducto (la longitud característica), v es la velocidad media del flujo, μ es la viscosidad dinámica del fluido y ν es la viscosidad cinemática. El *flujo laminar* "suele" ocurrir cuando el número de Reynolds es menor que 2000, el *turbulento* cuando el número de Reynolds es mayor que 4000 y entre estos dos valores se define una zona conocida como *de transición*.

En una tubería recta de diámetro constante instalada horizontalmente por la cual circula un fluido bajo presión, la pérdida de energía (h_f) debida a la fricción, entre dos puntos separados una longitud determinada, se mide como la diferencia de cabeza de presión entre ellos: $h_1 - h_2$. Esta pérdida tiene una relación con los parámetros involucrados en el número de Reynolds que depende de la condición laminar o turbulenta del flujo:

En la *condición laminar*, la ecuación que gobierna el flujo es la de Poiseuille:

$$h_f = \frac{32\mu L v}{\rho g D^2} \quad (2)$$

con g la aceleración de la gravedad.

Esta relación muestra que el gradiente hidráulico (h_f/L) es directamente proporcional a la velocidad media del flujo ($h_f/L \propto v$).

En la *condición turbulenta* la ecuación que gobierna el flujo es la de Darcy-Weisbach:

$$h_f = \frac{\lambda L v^2}{D 2g} \quad (3)$$

donde λ es denominado coeficiente de fricción de Darcy.

Esta relación muestra que el gradiente hidráulico (h_f/L) es directamente proporcional al cuadrado de la velocidad media del flujo ($h_f/L \propto v^2$).

De acuerdo con las ecuaciones (1), (2) y (3) puede determinarse la relación entre λ y Re para flujo laminar como

$$\lambda = 64/Re \quad (4)$$

Para flujo turbulento en tubos lisos, es conocida la ecuación de Blasius, según la cual

$$\lambda = 0.316 Re^{-0.25} \quad (5)$$

Práctica No 2. El experimento de Reynolds

Análisis de resultados

Mediante regresión lineal entre $\log(h_f/L)$ contra $\log(v)$, encuentre los valores del exponente n en $h_f/L = c v^n$, para el rango de flujo laminar y el de flujo turbulento. Grafique los valores experimentales obtenidos de $\log(h_f/L)$ y de $\log(v)$ y de acuerdo con su criterio seleccione el rango para obtener las respectivas regresiones.

Mediante regresión lineal entre $\log(\lambda)$ contra $\log(Re)$, encuentre los valores del exponente m en $\lambda = c Re^m$, para el rango de flujo laminar y el de flujo turbulento. Grafique los valores experimentales obtenidos de $\log(\lambda)$ y de $\log(Re)$ y de acuerdo con su criterio seleccione el rango para obtener las respectivas regresiones

Concluya de acuerdo con los análisis anteriores, entre qué valores del número de Reynolds puede hablarse de flujo laminar y de flujo turbulento

1.9.2. PERFIL DE VELOCIDAD

Fundamento teórico

Las velocidades en un canal no están uniformemente distribuidas. Esto se explica por los efectos que la resistencia cortante del fluido en movimiento tienen en distintos puntos. La figura 1 muestra la distribución de velocidades en un canal de sección rectangular. Las líneas continuas del centro de la figura corresponden a isótacas (curvas de puntos de igual velocidad); las líneas laterales son los perfiles de velocidad en las correspondientes secciones verticales y las que se presentan en la parte superior de la figura son los perfiles de velocidad en las secciones horizontales indicadas.

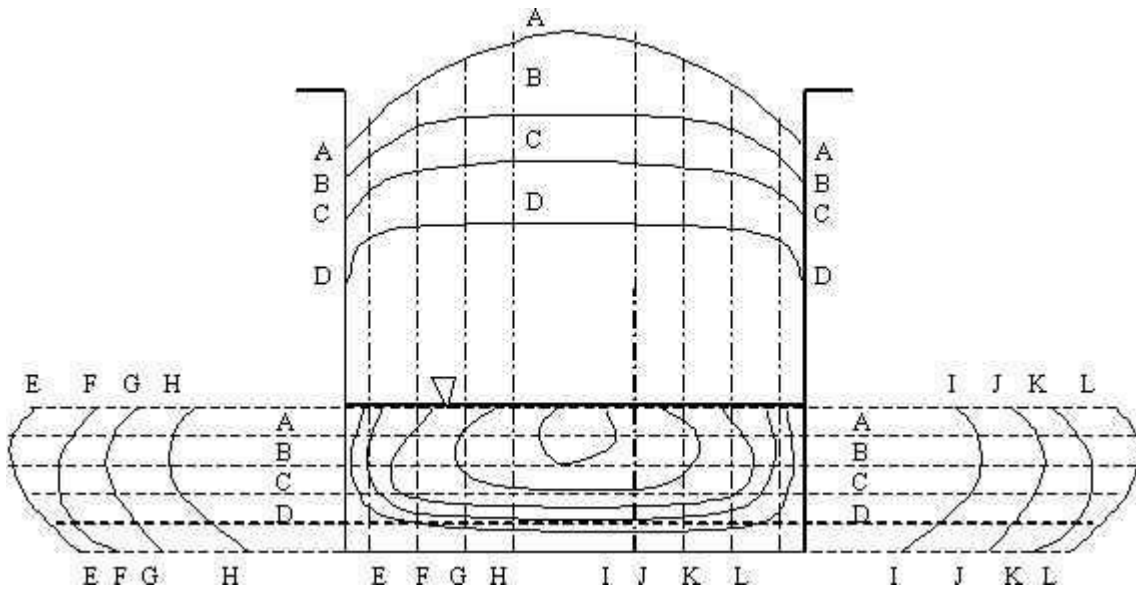


Figura 1. Perfiles de velocidad en un canal rectangular.

Coefficientes de distribución de la velocidad

Debido a la distribución no uniforme de las velocidades en la sección de un canal, tanto la cabeza de velocidad $(\bar{V}^2/2g)$ como el momentum del fluido $(\rho \bar{V}^2 A)$ deben calcularse considerando un factor de corrección si se trabaja con la velocidad media \bar{V} .

La verdadera cabeza de velocidad puede expresarse como $\alpha \bar{V}^2/2g$, donde α es conocido como coeficiente de energía o coeficiente de Coriolis. Los datos experimentales suelen indicar que el valor de α está entre 1.03 y 1.36 para canales

prismáticos ligeramente rectos. El valor de α se hace mayor para canales pequeños y menor para corrientes grandes de profundidad considerable.

El momentum del fluido que pasa a través de la sección de un canal por unidad de tiempo puede expresarse como $\beta \rho \bar{V}^2 A$, donde β es conocido como el coeficiente del momentum o coeficiente de Boussinesq. Para canales prismáticos ligeramente rectos el valor de β está entre 1.01 y 1.12.

Determinación de los coeficientes de la distribución de la velocidad

Tomando una pequeña porción de área ΔA de la sección de un canal, la energía cinética del agua pasando por ΔA en la unidad de tiempo es:

$$\frac{1}{2} \rho V^3 \Delta A$$

La energía cinética total pasando por la sección será entonces:

$$\sum_{i=1}^n \frac{1}{2} \rho V_i^3 \Delta A_i$$

donde:

ρ = densidad

V = velocidad

$$\Delta A = \frac{A}{n}$$

Si se toma el área total A , la velocidad media \bar{V} y la cabeza de velocidad corregida para el área total como $\alpha \bar{V}^2 / 2g$, la energía cinética total será $\alpha \frac{1}{2} \rho \bar{V}^3 A$.

Igualando ambas expresiones se obtiene que:

$$\alpha = \frac{\sum_{i=1}^n V_i^3 \Delta A_i}{\bar{V}^3 A_T}$$

donde V_i es la velocidad medida en la porción de área ΔA_i , \bar{V} es la velocidad media en la sección de interés y A_T en el área total de esa sección. \bar{V} se calcula según la ecuación:

$$\bar{V} = \frac{\sum_{i=1}^n V_i \Delta A_i}{A_T}$$

El momentum de agua pasando por ΔA en la unidad de tiempo es $\rho V^2 \Delta A$ y el momentum total a través de la sección es $\sum \rho V^2 \Delta A$.

Si tomamos el momentum corregido $\beta \rho \bar{V}^2 A$ e igualamos con la expresión anterior, se obtiene el valor para β como,

$$\beta = \frac{\sum_{i=1}^n V_i^2 \Delta A_i}{\bar{V}^2 A_T}$$

Medidas de la velocidad

Para la medición de la velocidad de corrientes, la U.S Geological Survey recomienda dividir la sección transversal en fajas verticales. La velocidad media para cada faja se calcula midiendo la velocidad a 0.6 de la profundidad desde el piso; o si se quiere ser más preciso, se debe tomar el valor promedio de las velocidades a los 0.2 y 0.8 de la profundidad. Existen otras fórmulas para obtener la velocidad media en una vertical en función de las velocidades medidas a diferentes profundidades.

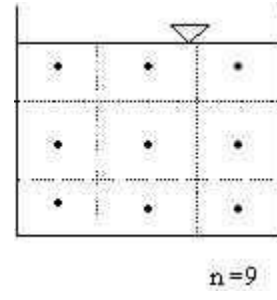
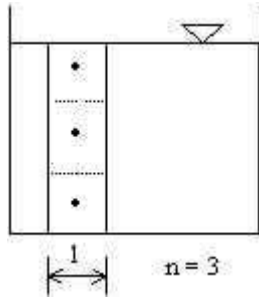
Marbello (consultar bibliografía del curso) presenta, en el capítulo 9 de su libro, un material bastante completo sobre el tema. También se encuentra información importante en los libros de hidrología.

Práctica de Perfil de velocidad

Análisis de resultados

1. Calcule los coeficientes de distribución de la velocidad de energía o de Coriolis α y de momentum o de Boussinesq β :
 - a. Para cada faja vertical, asumiendo un ancho unitario.
 - b. Para toda la sección.

$$\alpha = \frac{\sum_{i=1}^n V_i^3 \Delta A_i}{\bar{V}^3 A_T}, \quad \beta = \frac{\sum_{i=1}^n V_i^2 \Delta A_i}{\bar{V}^2 A_T}, \quad \bar{V} = \frac{\sum_{i=1}^n V_i \Delta A_i}{A_T}$$



2. Calcule el caudal.
3. Grafique el perfil de distribución de la velocidad para cada faja vertical estudiada. Dibuje las isotacas para la sección del canal.

1.9.3. ENERGÍA Y FUERZA ESPECÍFICA

Fundamento Teórico

Conceptos de cantidad de movimiento en flujo en canales

Consideremos un canal horizontal de sección rectangular y ancho constante. Atendiendo a la Figura 1, se aplicará la ecuación de momentum o cantidad de movimiento.

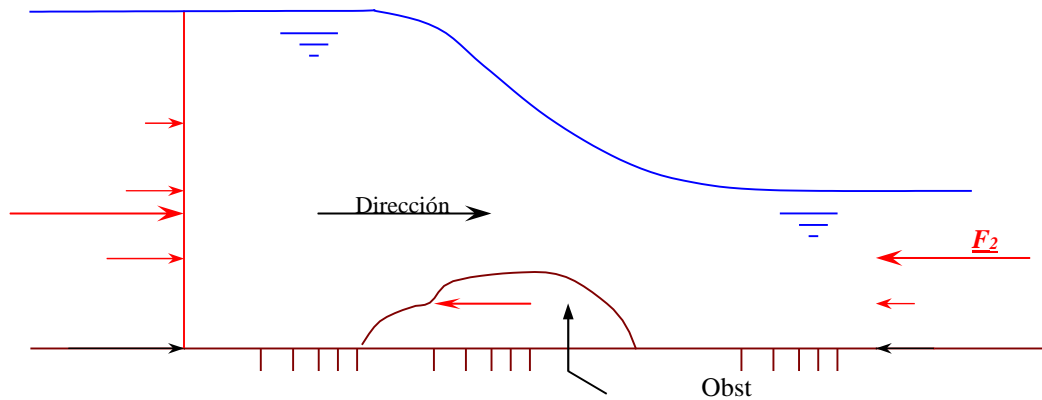


Figura 1. Flujo afectado por un obstáculo

Siendo el flujo en cada sección permanente uniforme, la distribución de la presión con la profundidad será hidrostática.

Según el principio de conservación de momentum

$$\Sigma F = \int_S \rho \bar{v} (\bar{n} \bar{v}) ds$$

Entonces,

$$F_1 - F_2 - P = -\rho v_1 v_1 y_1 b + \rho v_2 v_2 y_2 b$$

donde:

$$F = \frac{1}{2} \rho g b y^2$$

Reemplazando F, despejando P y dividiendo por ρg ,

$$P = \rho g \left[\frac{1}{2} b y_1^2 + \frac{v_1^2 b y_1}{g} \right] = \rho g \left[\frac{1}{2} b y_2^2 + \frac{v_2^2 b y_2}{g} \right]$$

$$P = \rho g \left[\frac{1}{2} b y_1^2 + \frac{Q^2}{g b y_1} \right] = \rho g \left[\frac{1}{2} b y_2^2 + \frac{Q^2}{g b y_2} \right]$$

Las expresiones entre paréntesis se conocen como flujo de momentum (M). El flujo de momentum por unidad de ancho en un canal rectangular estará expresado por:

$$M = \frac{y^2}{2} + \frac{q^2}{g y} \quad (1)$$

donde

$$q = \frac{Q}{b}$$

Diagrama de momentum

La relación entre el flujo de momentum (M) y la profundidad (y) para un caudal por unidad de ancho puede verse gráficamente dibujando la ecuación (1) (figura 2).

El flujo de momentum tiene un valor mínimo en el punto C, llamado punto crítico. La profundidad en el punto C o profundidad crítica puede obtenerse mediante derivación de la ecuación (1):

$$\frac{dM}{dy} = \frac{2y}{2} - \frac{q^2}{g y^2} = 0$$

$$y^3 - \frac{q^2}{g} = 0$$

$$y_{\min} = \sqrt[3]{\frac{q^2}{g}}$$

es decir

$$y_c = \sqrt[3]{\frac{q^2}{g}}$$

donde y_c es la profundidad crítica.

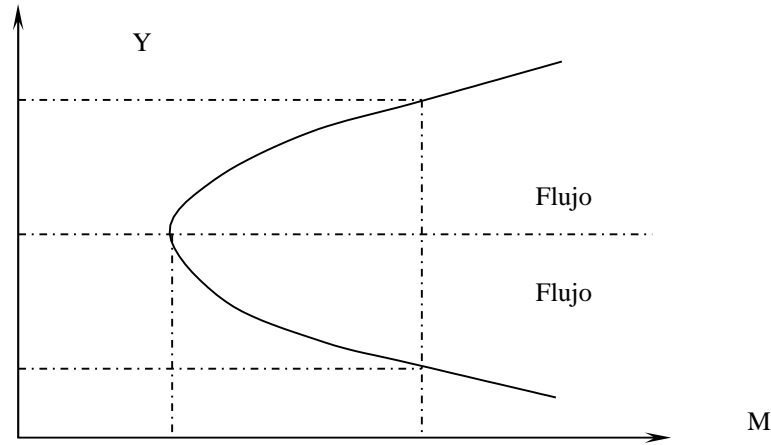


Figura 2. Diagrama de momentum

En la figura 2 se observa que para un valor dado de M, pueden encontrarse dos profundidades: y_1 en flujo de estado subcrítico y y_2 en flujo supercrítico. Tales profundidades son llamadas "conjugadas o secuentes".

Diagrama de energía específica

La energía específica por unidad de ancho, para un canal rectangular horizontal se define como:

$$E = y + \frac{q^2}{2gy^2} \quad (2)$$

donde $q = \frac{Q}{b}$

La relación entre dicha energía específica (E) y la profundidad (y) puede verse gráficamente dibujando la ecuación (2) (figura 3).

La curva correspondiente a la ecuación (2) tiene dos asíntotas: la línea inclinada 45° con respecto a la horizontal y la horizontal misma. Para grandes valores de y, el término $q^2/2gy^2$ se hace despreciable y E es aproximadamente igual a y. Para valores pequeños de y, el término $q^2/2gy^2$ se hace grande y cuando $y \rightarrow 0$, $E \rightarrow \infty$. La energía específica tiene un valor mínimo en el punto C, llamado punto crítico.

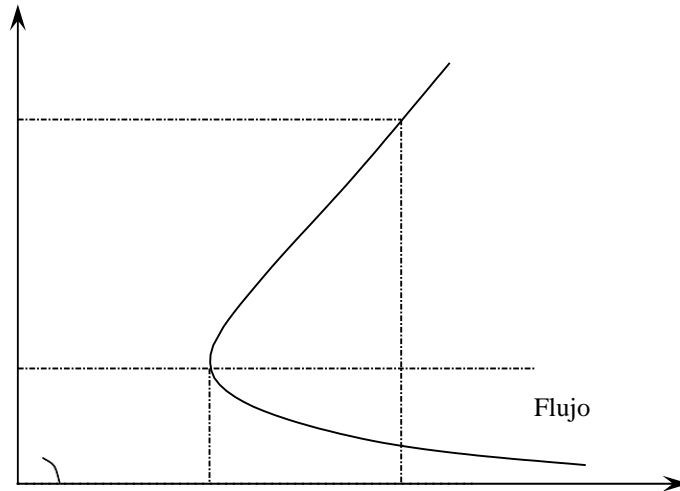


Figura 3. Diagrama de energía específica

La profundidad crítica puede obtenerse entonces también mediante derivación de la ecuación (2):

$$\frac{dE}{dy} = 1 - \frac{q^2}{gy^3} = 0$$

$$\frac{q^2}{gy^3} = 1$$

$$y_{\min} = \sqrt[3]{\frac{q^2}{g}} = y_c$$

Reemplazando en la ecuación (2) estas equivalencias se obtiene:

$$E = y + \frac{q^2}{2y^2} = y + \frac{1}{2} y = \frac{3}{2} y$$

es decir,

$$y = \frac{2}{3} E$$

donde:

y_c es la profundidad crítica.

Práctica de Energía específica y fuerza específica

Análisis de resultados

1. Para cada estación calcule:
 - a. La energía total
 - b. La energía específica
 - c. La fuerza específica
2. Grafique la línea de energía total a lo largo del canal entre las estaciones medidas.
3. Grafique el diagrama de energía específica teórica contra profundidad y ubique los puntos experimentales.
4. Grafique el diagrama de fuerza específica teórica contra profundidad y ubique los puntos experimentales.

1.9.4. RESALTO HIDRÁULICO (HYDRAULIC JUMP)

Fundamento Teórico

Cuando un flujo a régimen supercrítico se encuentra con una corriente subcrítica, se presenta un choque. El paso de un régimen de flujo al otro se realiza mediante un fenómeno de transición conocido como salto hidráulico (figura 1).

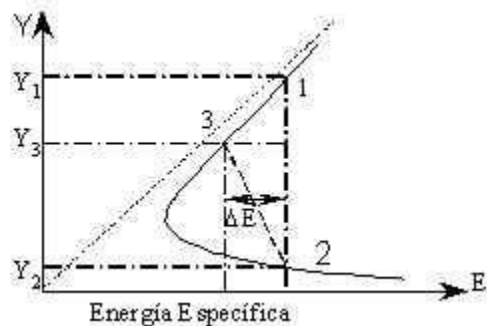
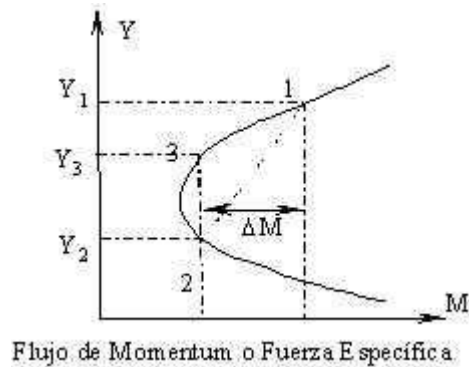
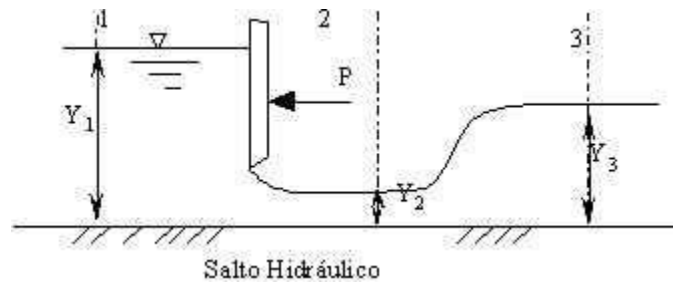


Figura 1. Salto hidráulico y los correspondientes diagramas de momentum y energía específica

Aplicando la ecuación de momentum para las secciones 1 y 2 de la figura 1, puede obtenerse una relación entre las profundidades conjugadas:

$$M_2 - M_3 = 0$$

$$\left(\frac{q^2}{qy_2} + \frac{y_2^2}{2} \right) - \left(\frac{q^2}{qy_3} + \frac{y_3^2}{2} \right) = 0 \quad (1)$$

$$y_3 = \frac{y_2}{2} \left(\sqrt{1 + \frac{8q^2}{gy_2^3}} - 1 \right)$$

$$y_3 = \frac{y_2}{2} \left(\sqrt{1 + 8F_2^2} - 1 \right) \quad (2)$$

donde $F = \frac{V}{\sqrt{gy}} = \frac{q}{\sqrt{gy^3}}$, que es el número de Froude.

El momentum será constante a lo largo del salto hidráulico, pues no hay fuerzas externas actuando sobre el flujo.

Debido al choque, en el salto hidráulico ocurre una fuerte turbulencia que ocasiona pérdidas de energía que pueden calcularse en función de la energía específica

$$\Delta E = E_2 - E_3 \quad (3)$$

$$\Delta E = \left(y_2 + \frac{q^2}{2gy_2^2} \right) - \left(y_3 + \frac{q^2}{2gy_3^2} \right)$$

de acuerdo con la ecuación 1

$$q^2 = \frac{g}{2}(Y_3 + Y_2)Y_2Y_3$$

Reemplazando en la ecuación anterior y simplificando se obtiene

$$\Delta E = \frac{(y_3 - y_2)^3}{4y_3y_2} \quad (4)$$

Ecuación del vertedero triangular al final del canal principal:

$$Q = 1,32 h^{2,48}$$

(Q en m³/s, h en m)

Práctica de Resalto hidráulico

Análisis de resultados

1. Para cada profundidad calcule la energía específica y la fuerza específica.
2. Grafique las curvas teóricas de E Vs y , M Vs y , y ubique los puntos experimentales
3. Calcule la pérdida de energía teórica (ecuación 4) y experimental (ecuación 3), causada por el salto hidráulico.
4. A partir de la profundidad antes del resalto calcule su profundidad conjugada y compárela con la profundidad después de él. ¿Puede haber alguna causa de error?, ¿Cuál?
5. Clasifique el tipo de salto hidráulico que se presentó en cada situación.

1.9.5. FLUJO UNIFORME

Fundamento teórico

Se considera que el flujo uniforme tiene las siguientes características principales:

1. La profundidad, el área mojada, la velocidad y el caudal en cada sección del canal son constantes.
2. La línea de energía, la superficie del agua y el fondo del canal son paralelos, es decir, sus pendientes son todas iguales $S_f = S_w = S_o = S$, donde S_f es la pendiente de la línea de energía, S_w es la pendiente del agua y S_o es la pendiente del fondo del canal.

Cuando el flujo ocurre en un canal abierto, el agua encuentra resistencia a medida que fluye aguas abajo. Esta resistencia por lo general es contrarrestada por las componentes de las fuerzas gravitacionales que actúan sobre el cuerpo de agua en la dirección del movimiento (figura 1). Un flujo uniforme se alcanzará si la resistencia se equilibra con las fuerzas gravitacionales. La profundidad del flujo uniforme se conoce como *profundidad normal*.

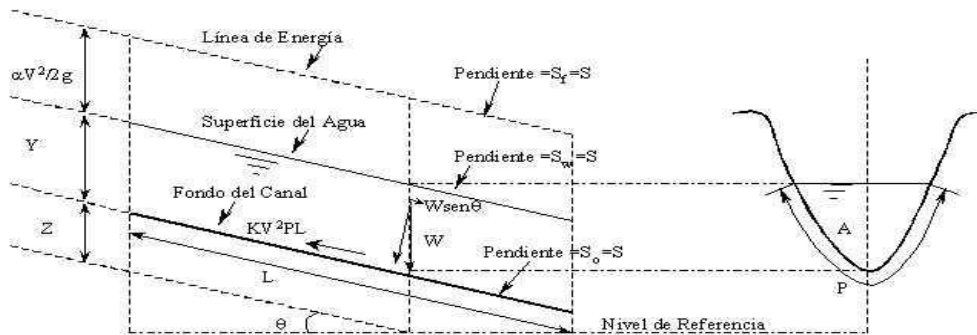


Figura 1. Consideraciones para la ecuación de Chézy

La mayor parte de las ecuaciones prácticas de flujo uniforme pueden expresarse en la forma $V = C R^X S^Y$, donde V es la velocidad media; R es el radio hidráulico; S es la pendiente de la línea de energía; X y Y son exponentes; y C es un factor de resistencia al flujo, el cual varía con la velocidad media, el radio hidráulico, la rugosidad del canal, la viscosidad y muchos otros factores.

Se han desarrollado y publicado una gran cantidad de ecuaciones prácticas de flujo uniforme. Las ecuaciones mejor conocidas y más ampliamente utilizadas son las ecuaciones de Chézy y de Manning.

La ecuación de Chézy

En 1769 el ingeniero francés Antoine Chézy desarrolla probablemente la primera ecuación de flujo uniforme, la famosa ecuación de Chézy, que a menudo se expresa como

$$V = C\sqrt{RS}$$

donde V es la velocidad media, R es el radio hidráulico, S es la pendiente de la línea de energía y C es un factor de la resistencia al flujo, conocido como C de Chézy.

La ecuación de Chézy puede deducirse matemáticamente a partir de dos suposiciones. La primera suposición fue hecha por Chézy. Ésta establece que la fuerza que resiste el flujo por unidad de área del lecho de la corriente es proporcional al cuadrado de la velocidad, es decir, esta fuerza es igual a KV^2 , donde K es una constante de proporcionalidad. La superficie de contacto del flujo con el lecho de la corriente es igual al producto del perímetro mojado y la longitud del tramo del canal o PL (figura 1). Entonces la fuerza total que resiste al flujo es igual a KV^2PL .

La segunda suposición es el principio básico de flujo uniforme, el cual se cree que fue establecido por primera vez por Brahms en 1754. Ésta establece que en el flujo uniforme la componente efectiva de la fuerza gravitacional que causa el flujo debe ser igual a la fuerza total de resistencia. La componente efectiva de la fuerza gravitacional (figura 1) es paralela al fondo del canal e igual a $wALS\sin\theta = wALS$, donde w es el peso unitario del agua, A es el área mojada, θ es el ángulo de la pendiente y S es la pendiente del canal. Entonces, $wALS = KV^2PL$; como $A/P = R$, y si el radical $\sqrt{w/K}$ se reemplaza por un factor C, la ecuación anterior se reduce a la ecuación de Chézy o $V = \sqrt{(w/R)(A/P)S} = C\sqrt{RS}$.

La ecuación de Manning

En 1889 el ingeniero irlandés Robert Manning presentó una ecuación, la cual modificó más adelante hasta llegar a su conocida forma actual

$$V = \frac{1}{n}R^{2/3}S^{1/2}$$

donde V es la velocidad media, R es el radio hidráulico, S es la pendiente de la línea de energía y n es el coeficiente de rugosidad, específicamente conocido como n de Manning. Esta ecuación fue desarrollada a partir de siete ecuaciones diferentes, basada en los datos experimentales de Bazin y además verificada mediante 170 observaciones. Debido a la simplicidad de su forma y los resultados satisfactorios que arroja en aplicaciones prácticas, la ecuación de Manning se ha convertido en la más utilizada de todas las ecuaciones de flujo uniforme para cálculos en canales abiertos.

Ecuación del vertedero triangular al final del canal principal:

$$Q = 1,32 h^{2,48}$$

(Q en m³/s, h en m)

Práctica de Flujo uniforme

Análisis de resultados

1. Mediante regresión lineal obtenga los coeficientes de Manning y de Chézy con los datos medidos en las prácticas. Para ello relacione V contra $R^{2/3} S^{1/2}$ y V contra $R^{1/2} S^{1/2}$.
2. Grafique las ecuaciones de regresión obtenidas y ubique los puntos experimentales.

1.9.6. FLUJO GRADUALMENTE VARIADO

Fundamento teórico

El flujo gradualmente variado, es un flujo permanente cuya profundidad varía de manera gradual a lo largo del canal. Se tendrán en cuenta las siguientes hipótesis:

1. La pérdida de altura en una sección es igual que la de un flujo uniforme con las mismas características de velocidad y radio hidráulico.
2. La pendiente del canal es pequeña ($<10\%$). Esto quiere decir que la profundidad del flujo puede medirse verticalmente o perpendicularmente al fondo del canal y no se requiere hacer corrección por presión ni por arrastre del aire.
3. El canal es prismático.
4. Los coeficientes de distribución de la velocidad y el de rugosidad son constantes en el tramo considerado.

Ecuación dinámica del flujo gradualmente variado

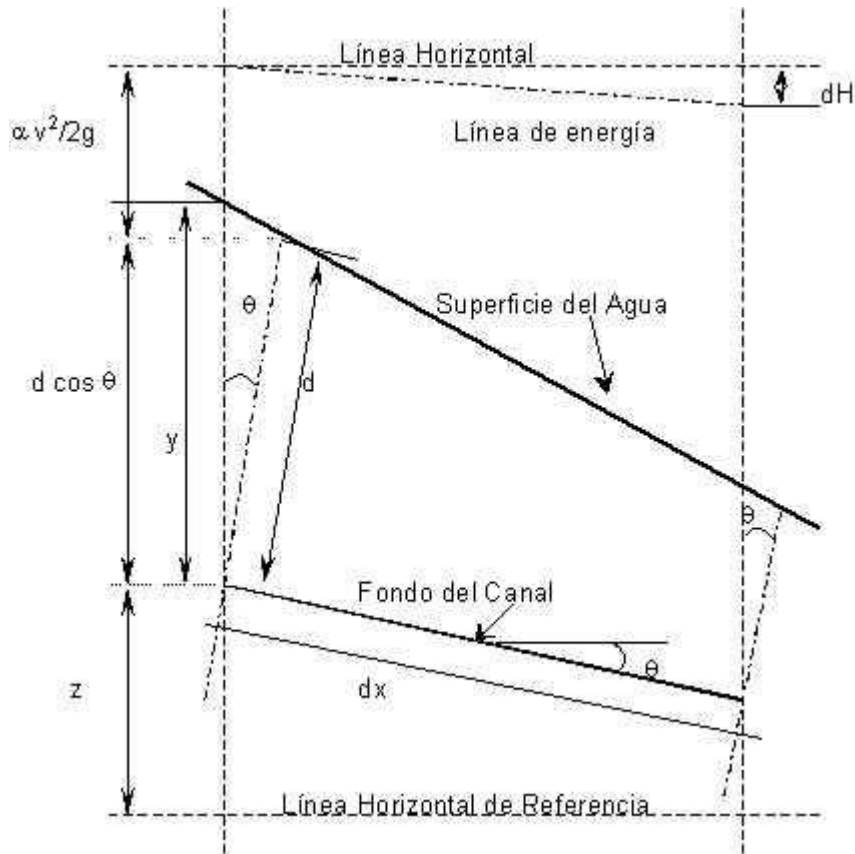


Figura 1. Deducción de la ecuación de flujo gradualmente variado.

La figura 1 muestra el perfil de un flujo gradualmente variado en una longitud elemental dx de un canal abierto. La altura de la línea de energía en la sección aguas arriba, con respecto a la línea de referencia es

$$H = Z + d \cos\theta + \alpha \frac{v^2}{2g} \quad (1)$$

Donde H , Z , d y θ son según se muestran en la figura 1, α es el coeficiente de energía y v es la velocidad media del flujo a través de la sección.

Se asume que θ y α son constantes en el tramo del canal.

Tomando el piso del canal como el eje x y derivando la ecuación (1) con respecto a x se obtiene,

$$\frac{dH}{dx} = \frac{dZ}{dx} + \cos\theta \frac{dd}{dx} + \alpha \frac{d}{dx} \left(\frac{v^2}{2g} \right) \quad (2)$$

Si S_f es la pendiente de la línea de energía $\left(S_f = -\frac{dH}{dx} \right)$, S_0 la pendiente del piso del canal $\left(S_0 = -\frac{dZ}{dx} \right)$ y S_w la pendiente de la superficie del agua $\left(S_w = \frac{dd}{dx} \right)$, sustituyendo estas expresiones en la ecuación (2) y resolviendo para S_w se tiene:

$$S_w = \frac{S_0 - S_f}{\cos\theta + \alpha \frac{d}{dd} \left(\frac{v^2}{2g} \right)} \quad (3)$$

La ecuación (3) representa la pendiente de la superficie del agua con respecto al fondo del canal y se conoce como la ecuación dinámica del flujo gradualmente variado. Para pendientes pequeñas $\cos\theta \approx 1$, $d \approx y$, $dd/dx \approx dy/dx$ y la ecuación (3) puede escribirse:

$$S_w = \frac{S_0 - S_f}{1 + \alpha \frac{d}{dy} \left(\frac{V^2}{2g} \right)} \quad (4)$$

Si se tiene un canal rectangular ancho, se puede calcular la pendiente del piso del canal para que ocurra flujo uniforme utilizando la ecuación de Manning:

$$V = \frac{1}{n} R^{2/3} S_0^{1/2}$$

$$R = \frac{by}{b + 2y} \approx y_n$$

Dadas las características del canal, vale la aproximación

expresando $V = \frac{q}{y_n}$, donde q es el caudal por unidad de ancho y y_n es la profundidad normal, se obtiene

$$\frac{dv}{dx} = 0 \quad (5)$$

La hipótesis 1 permite usar la fórmula de flujo uniforme para calcular la pendiente de energía, es decir,

$$S_f = \frac{n^2 q^2}{y^{10/3}} \quad (6)$$

Donde y es la profundidad del flujo gradualmente variado.

El término $\alpha \frac{d}{dy} \left(\frac{v^2}{2g} \right)$ de la ecuación (4) puede desarrollarse así:

$$\alpha \frac{d}{dy} \left(\frac{v^2}{2g} \right) = \alpha \frac{d}{dy} \left(\frac{Q^2 A^{-2}}{2g} \right) = \alpha \frac{Q^2}{2g} \frac{dA^{-2}}{dy} = - \frac{\alpha Q^2}{g A^3} \frac{dA}{dy}$$

Como $\frac{dA}{dy} = T$ (ancho superior) = b para canal rectangular,

$$\alpha \frac{d}{dy} \left(\frac{v^2}{2g} \right) = - \frac{\alpha Q^2}{g A^3} b = - \alpha \frac{v^2}{gy} = - \alpha F^2 = - \alpha \left(\frac{y_c}{y} \right)^3 \quad (7)$$

La ecuación (4) puede expresarse según las ecuaciones (5), (6) y (7) como

$$S_w = S_0 \frac{1 - (y_n/y)^{10/3}}{1 - \alpha (y_c/y)^3} \quad (8)$$

Tipos de perfil de flujo

Los perfiles de flujo se clasifican con base en dos criterios básicos:

1. Según su profundidad.

2. Según la pendiente del canal.

El primer criterio divide la profundidad del canal en varias zonas:

Zona 1: Sobre la profundidad normal (en pendiente subcrítica) ó sobre la profundidad crítica (en pendiente supercrítica).

Zona 2: Entre las profundidades crítica y normal.

Zona 3: Bajo la profundidad crítica (en pendiente subcrítica) ó bajo la profundidad normal (en pendiente supercrítica).

El segundo criterio considera cinco condiciones de la pendiente:

H: Horizontal.

M: Moderada o subcrítica.

C: Crítica.

S: Pronunciada o supercrítica.

A: Adversa.

Estos dos criterios permiten hacer la clasificación como H2, H3; M1, M2, M3; C1, C2, C3; S1, S2, S3; A2 y A3, donde la letra se refiere a la pendiente y el número a la zona de profundidad. En la figura 9-2 del texto de Ven Te Chow se describen los diferentes perfiles del flujo y la figura 9-4 presenta ejemplos de esas situaciones.

Cálculo del perfil de flujo

Método directo por pasos

Este es un método sencillo, aplicable a canales prismáticos. Divide el canal en tramos cortos y desarrolla los cálculos para cada sección comenzando por una conocida (la sección de control por ejemplo). Si el flujo es subcrítico los cálculos se inician desde aguas abajo y se desarrollan hacia aguas arriba y si es supercrítico se parte de aguas arriba continuándose hacia aguas abajo.

Tomando un tramo corto del canal, como lo ilustra la figura 4, se cumple que

$$S_0 \Delta X + y_1 + \alpha \frac{V_1^2}{2g} = y_2 + \alpha \frac{V_2^2}{2g} + S_f \Delta X \quad (9)$$

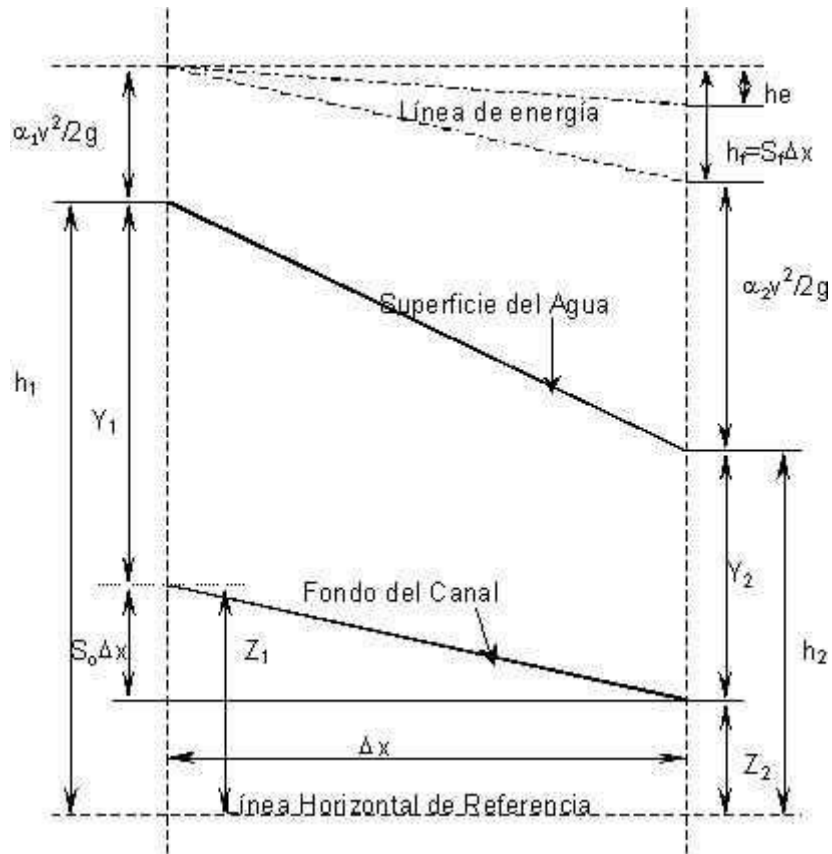


Figura 4. Tramo del canal para la deducción de los métodos de paso.

Definida la energía específica (E) como

$$E = y + \alpha \frac{v^2}{2g} \quad (10)$$

Reemplazando (9) en (10) y despejando ΔX :

$$\Delta X = \frac{E_1 - E_2}{S_0 - S_f} \quad (11)$$

La pendiente de la línea de energía en una sección puede calcularse según Manning,

$$S_f = \frac{n^2 v^2}{R^{4/3}} = \frac{n^2 q^2}{y^{10/3}} \quad (12)$$

y la pendiente de la línea de energía en un tramo se obtiene como

$$\bar{S}_f = \frac{Sf_1 + Sf_2}{2} \quad (13)$$

Procedimiento de cálculo

1. Conocidos Q, b, y Y en la sección de control, se calcula la velocidad v, la cabeza de velocidad $\frac{v^2}{2g}$ y la energía específica $E = y + \alpha \frac{v^2}{2g}$
2. Se calcula la pendiente de la línea de energía (S_f) según la ecuación (12).
3. Se asume una profundidad según el perfil de flujo que se presenta; se obtienen los valores de E y S_f para la sección con esta profundidad.
4. Se calcula $\Delta E = E_2 - E_1$, entre estas dos secciones y \bar{S}_f con la ecuación (13); con estos resultados se halla ΔX según la ecuación (11). Así se conoce la localización de la sección a lo largo del canal.
5. Se vuelve al paso 3.

Práctica No 14. Flujo gradualmente variado.

Análisis de resultados

1. Calcule el perfil de flujo asumiendo el valor de n que estime conveniente.
2. Grafique el perfil de flujo experimental y teórico.
3. Clasifique el perfil de flujo.

1.9.7. FUERZAS SOBRE UNA COMPUERTA

Fundamento teórico

Atendiendo a la figura 1 se obtiene a partir de la ecuación de flujo de momentum una expresión para conocer la fuerza ejercida por el flujo sobre una compuerta.

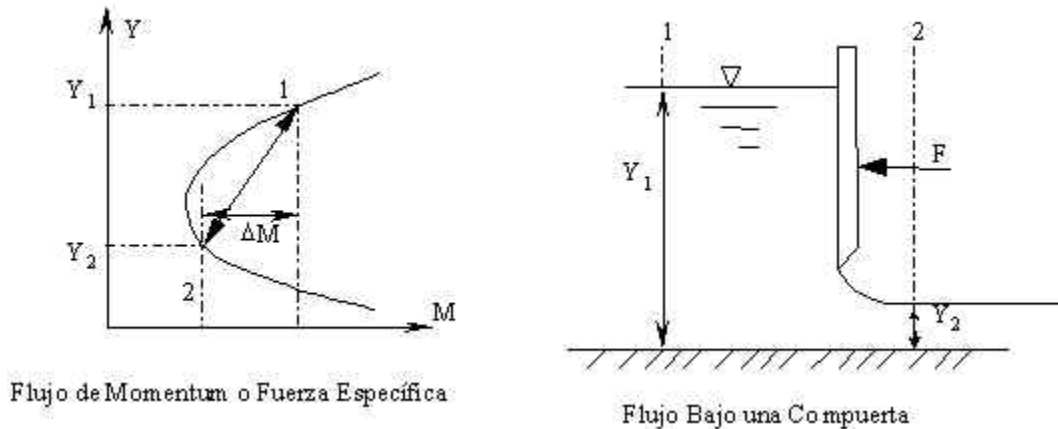


Figura 1. Diagrama de momentum y flujo bajo una compuerta

Siendo el flujo de momentum por unidad de ancho, $M = \frac{y^2}{2} + \frac{q^2}{gy}$,

$$M_1 = \frac{y_1^2}{2} + \frac{q^2}{gy_1}, \quad M_2 = \frac{y_2^2}{2} + \frac{q^2}{gy_2}$$

y la fuerza sobre la compuerta por unidad de ancho f ,

$$\frac{f}{\rho g} = M_1 - M_2$$

$$f = \frac{\rho g}{2}(y_1^2 - y_2^2) - \frac{\rho q^2}{y_1 y_2}(y_1 - y_2) \quad (1)$$

Sin considerar pérdidas de energía, hacemos

$$y_1 + \frac{q^2}{2gy_1^2} = y_2 + \frac{q^2}{2gy_2^2}$$

Es decir,

$$q^2 = 2g \frac{y_1^2 y_2^2}{(y_1 + y_2)} \quad (2)$$

Llevando la ecuación (2) a la (1) y ordenando,

$$f = \frac{\rho g (y_1 - y_2)^3}{2 (y_1 + y_2)}$$

Este valor f es la fuerza horizontal sobre la compuerta. Si la compuerta es inclinada, entonces:

$$f = \frac{\rho g (y_1 - y_2)^3}{2 \sin \theta (y_1 + y_2)} \quad (3)$$

Donde θ es el ángulo que hace el plano de la superficie de la compuerta, con el del piso del canal.

Se presentará a continuación un análisis más detallado que explica el comportamiento de la presión en los distintos puntos de la compuerta. Se estudia una situación como lo muestra la figura 2.

Tenemos una relación de h/a grande que nos permite suponer la convergencia de las líneas de corriente en el punto O.

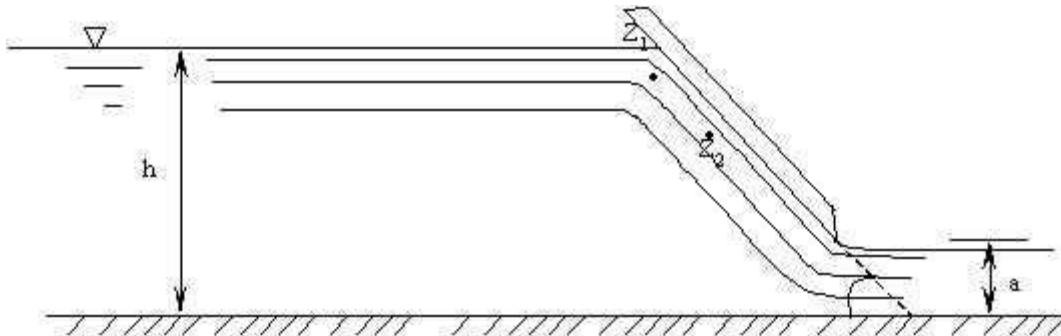


Figura 2. Líneas de corriente del flujo a través de una compuerta.

Aplicando la ecuación de Bernoulli en tres puntos (z_1 , z_2 , a) sobre una línea de corriente vecina a la superficie de la compuerta, se plantea la siguiente equivalencia,

$$z_1 + \frac{1}{\rho g} + \frac{V^2}{2g} = z_2 + \frac{2}{\rho g} + \frac{2}{2g} = a + \frac{a}{\rho g} + \frac{a}{2g}$$

Tomando: $z_1 \cong h, \frac{p_1}{\rho g} \cong 0, \frac{p_a}{\rho g} = 0,$

$$h + \frac{V_1^2}{2g} = z_2 + \frac{P_2}{\rho g} + \frac{V_2^2}{2g} = a + \frac{V_a^2}{2g} \quad (4)$$

Término 1 término 2 término 3

Según los términos 1 y 2 de la ecuación (4),

$$\frac{P_2}{\rho g} = h - z_2 + \frac{V_1^2 - V_2^2}{2g}$$

De la ecuación de continuidad $q = hV_1 = z_2 V_2 = aV_a$, entonces $V_2 = \frac{h V_1}{z_2}$ y se obtiene:

$$\frac{P_2}{\rho g} = h - z_2 + \frac{V_1^2}{2g} \left(1 - \frac{h^2}{z_2^2} \right) \quad (5)$$

Según los términos 1 y 3 de la ecuación (4),

$$h - a = \frac{V_a^2 - V_1^2}{2g}$$

De la ecuación de continuidad, $V_a = \frac{hV_1}{a}$. Se obtiene que

$$h - a = \frac{V_1^2}{2g} \left(\frac{h^2}{a^2} - 1 \right), \text{ es decir,}$$

$$\frac{V_1^2}{2g} = \frac{a^2}{h + a} \quad (6)$$

Llevando la ecuación (6) a la (5) y ordenando,

$$P = \rho g (h - z_2) \left[1 - \frac{a^2}{z_2^2} \frac{(h + z_2)}{(h + a)} \right]$$

Como z_2 representa un punto cualquiera de la superficie sumergida de la compuerta, puede obviarse el subíndice:

$$P = \rho g (h - z) \left[1 - \frac{a^2 (h + z)}{z^2 (h + a)} \right] \quad (7)$$

La ecuación (7) permite hallar la presión sobre cualquier punto de la compuerta conocida la apertura y el nivel de la superficie del agua detrás de la compuerta.

La fuerza por unidad de ancho de compuerta en un punto cualquiera será:

$$df = P \frac{dy}{\text{sen}\theta}$$

y la fuerza unitaria sobre toda la compuerta:

$$f = \int_a^h \frac{\rho g}{\text{sen}\theta} (h - z) \left[1 - \frac{a^2 (h + z)}{z^2 (h + a)} \right] dz, \text{ entonces,}$$

$$f = \frac{\rho g}{2\text{sen}\theta} \frac{(h - a)^3}{(h + a)} \quad (8)$$

Ecuación del vertedero triangular al final del canal principal:

$$Q = 1,32 h^{2,48}$$

(Q en m³/s, h en m)

Práctica No. 6 Fuerzas sobre una compuerta

Análisis de resultados

Para un caudal, se toman las lecturas de los piezómetros conectados a la compuerta como lo muestra la figura 1 y se miden las profundidades y_1 , y_2 y la apertura de la compuerta a .

1. Calcule la fuerza por unidad de ancho sobre la compuerta según las ecuaciones (3) y (8).
2. Calcule la fuerza por unidad de ancho sobre la compuerta utilizando las lecturas de los piezómetros conectados a la compuerta. El área del diagrama de presiones es la fuerza por unidad de ancho.
3. Grafique el diagrama de presiones experimental seleccionado por usted y el diagrama teórico según la ecuación (7).+

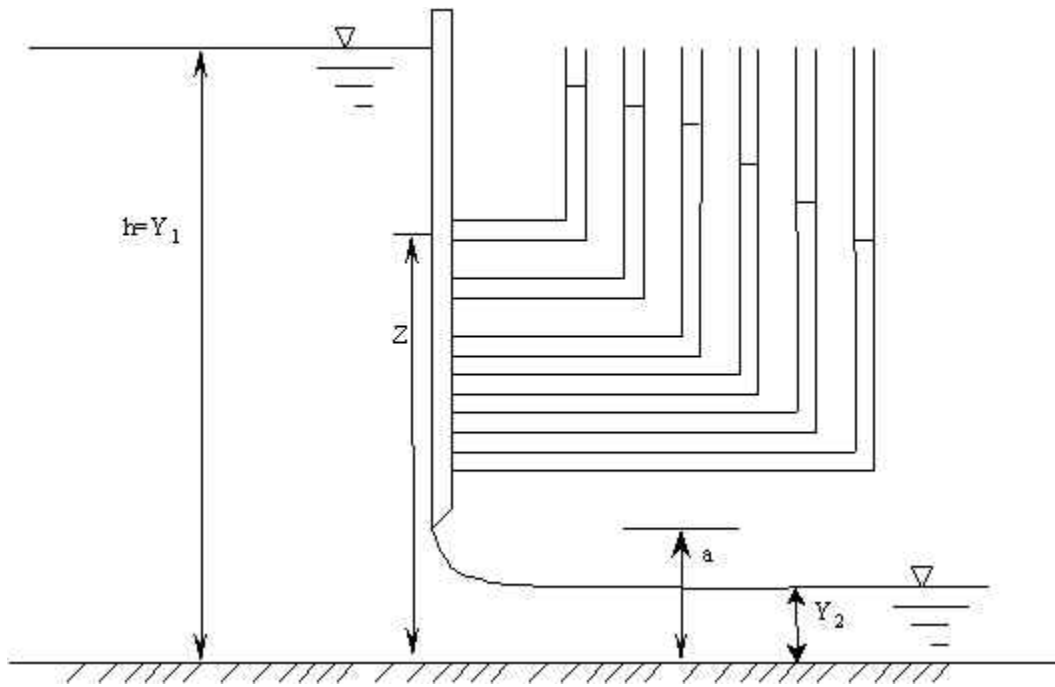


Figura 1. Distribución de piezómetros en una compuerta.

$$\frac{q^2}{2g} \left(\frac{(Y_2 - Y_1)(Y_1 + Y_2)}{Y_1^2 Y_2^2} \right) = Y_2 - Y_1 \rightarrow \frac{q^2}{2g} = \frac{Y_1^2 Y_2^2}{Y_1 + Y_2} = \frac{Y_1 Y_2^2}{\left(\frac{Y_2}{Y_1}\right) + 1}$$

$$q = \frac{Y_2 \sqrt{2gY_1}}{\sqrt{\frac{Y_2}{Y_1} + 1}}$$

Y expresando $Y_2 = a C_c$, donde C_c es el coeficiente de contracción.

$$q = \frac{a C_c \sqrt{2gY_1}}{\sqrt{\frac{a C_c}{Y_1} + 1}} = C_d a \sqrt{2gY_1}$$

donde C_d es el coeficiente de descarga

$$C_d = \frac{C_c}{\sqrt{\frac{a C_c}{Y_1} + 1}}$$

Nota: Las respuestas a las preguntas planteadas al final de la hoja de la práctica deben ser presentadas y sustentadas el día de la práctica.

Ecuación del vertedero triangular al final del canal principal:

$$Q = 1,32 h^{2,48}$$

(Q en m³/s, h en m)

Práctica No. 7 Calibración de una compuerta

Análisis de resultados

Para distintos caudales se medirán las profundidades inmediatamente aguas arriba (y_1).

1. Para cada valor de Y_1/a calcule el valor de C_d .
2. Encuentre una ecuación para C_d mediante regresión lineal logarítmica entre Q y $aY_1^{1/2}$ o $Y_1 a^2$. Podrá obtener el valor de C_d así:

$$C_d = \frac{q_{\text{regresión}}}{q_{\text{ideal}}} = \frac{C (Y/a)^n}{a^{3/2} \sqrt{2g} (Y/a)^{1/2}}$$

3. Grafique la curva C_d Vs (Y_1/a) y compárela con la que presenta Sotelo (Fig 6.15, Hidráulica General).

1.9.9. VERTEDEROS DE PARED GRUESA (SOLID LONG BASE WEIRS)

Este tipo de vertederos es utilizado principalmente para el control de niveles en los ríos o canales, pero pueden ser también calibrados y usados como estructuras de medición de caudal.

Son estructuras fuertes que no son dañadas fácilmente y pueden manejar grandes caudales. Algunos tipos de vertederos de borde ancho son:

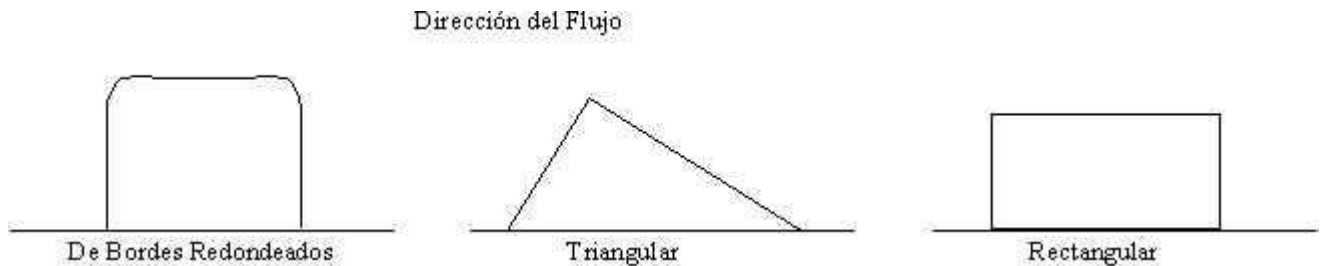


Figura 1. Tipos de Vertederos de Borde Ancho

El vertedero horizontal de bordes redondeados y el triangular, pueden utilizarse para un amplio rango de descarga y operan eficazmente aún con flujo con carga de sedimentos. El vertedero rectangular es un buen elemento de investigación para medición del flujo de agua libre de sedimentos. Es fácil de construir, pero su rango de descarga es más restringido que el de otros tipos.

Ecuación para un vertedero de borde ancho (no ahogado):

En estas condiciones se presentará un flujo crítico en algún punto sobre la cresta del vertedero.

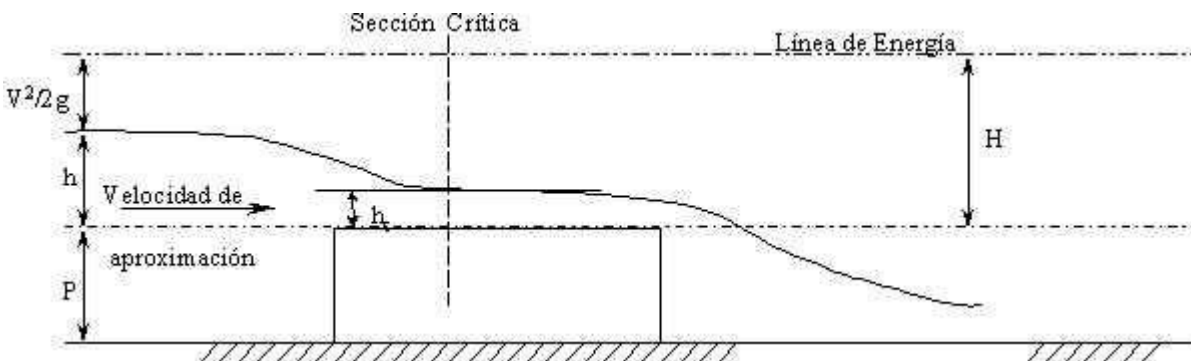


Figura 2. Flujo Crítico sobre Vertederos de Borde Ancho

Siendo q la descarga por unidad de ancho del canal:

$$h_c = \sqrt[3]{\frac{q^2}{g}} \quad \text{y} \quad h_c = \frac{2}{3}H$$

entonces,

$$\sqrt[3]{\frac{q^2}{g}} = \frac{2}{3}H$$

y la descarga total será:

$$Q_{\text{ideal}} = \left(\frac{2}{3}\right)^{3/2} b \sqrt{g} H^{3/2}$$

El coeficiente C_d es introducido para expresar el caudal real:

$$Q_e \text{ (empírico)} = C_d \left(\frac{2}{3}\right)^{3/2} b \sqrt{g} H^{3/2}$$

donde, como se muestra en la figura, H es la cabeza total aguas arriba sobre la cresta del vertedero. En el laboratorio la velocidad de aproximación V puede ser obtenida mediante la medición del caudal y del área de la sección transversal, permitiendo así el cálculo de H . Sin embargo en el campo, la profundidad h es la única medida tomada y la ecuación del caudal debe modificarse así:

$$Q_e \text{ (empírico)} = C_v C_d \left(\frac{2}{3}\right)^{3/2} b \sqrt{g} H^{3/2}$$

Ecuación del vertedero triangular al final del canal principal:

$$Q = 1,32 h^{2,48}$$

(Q en m^3/s , h en m)

Práctica No. 8 Vertederos de pared gruesa

Análisis de resultados

1. Determine la ecuación de calibración para cada vertedero mediante regresión. Relacione H (mm) contra Q (l/s).
2. Calcule el valor del coeficiente de descarga para cada caudal.

$$C_d = \frac{Q_{\text{experimental}}}{Q_{\text{ideal}}}$$

3. Grafique:
 - a. H (mm) en la abscisa contra Q (l/s) en la ordenada. Ubique los puntos y trace la ecuación de calibración.
 - a. H (mm) contra C_d .

1.9.10. VERTEDEROS DE PARED DELGADA (SHARP-CRESTED WEIRS)

Fundamento teórico

Se llama vertedero a la estructura hidráulica sobre la cual se efectúa una descarga a superficie libre. El vertedero puede tener diversas formas según las finalidades a las que se destine. Si la descarga se efectúa sobre una placa con perfil de cualquier forma pero de arista aguda, el vertedero se llama de pared delgada; cuando la descarga se realiza sobre una superficie, el vertedero se denomina de pared gruesa. Ambos tipos pueden utilizarse como dispositivos de aforo en el laboratorio o en canales de pequeñas dimensiones. El vertedero de pared gruesa se emplea además como obra de control o de excedencias en una presa y como aforador en grandes canales.

La utilización de vertederos de pared delgada está limitada generalmente a laboratorios, canales pequeños y corrientes que no lleven escombros y sedimentos. Los tipos más comunes son el vertedero rectangular y el triangular. La cara de aguas arriba debe ser instalada verticalmente y el borde de la placa debe estar cuidadosamente conformado. La estructura delgada está propensa a deteriorarse y con el tiempo la calibración puede ser afectada por la erosión de la cresta.



Vertedero de sección triangular



Vertedero de sección trapezoidal

El vertedero triangular es preferido cuando las descargas son pequeñas, porque la sección transversal de la lámina vertiente muestra de manera notoria la variación en altura.

La relación entre la descarga y la altura sobre la cresta del vertedero, puede obtenerse matemáticamente haciendo las siguientes suposiciones del comportamiento del flujo:

1. Aguas arriba del vertedero el flujo es uniforme y la presión varía con la profundidad de acuerdo con la hidrostática ($p=\rho gh$).

2. La superficie libre permanece horizontal hasta el plano del vertedero y todas las partículas que pasan sobre el vertedero se mueven horizontalmente (en realidad la superficie libre cae cuando se aproxima al vertedero).
3. La presión a través de la lámina de líquido o napa que pasa sobre la cresta del vertedero es la atmosférica.
4. Los efectos de la viscosidad y de la tensión superficial son despreciables.
5. Flujo permanente en el canal.

Estas suposiciones conducen al siguiente modelo de flujo ideal:

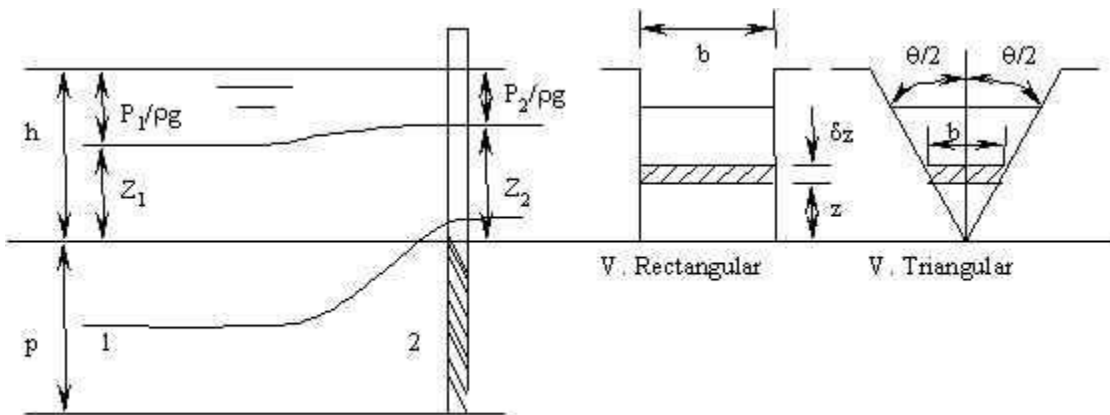


Figura 1. Flujo ideal sobre un vertedero de pared delgada

Ecuación para un vertedero rectangular de pared delgada:

Aplicando la ecuación de Bernoulli entre los puntos 1 y 2 sobre una misma línea de corriente, como se muestra en la **figura 1**, se obtiene:

$$Z_1 + \frac{P_1}{\rho g} + \frac{V_1^2}{2g} = Z_2 + \frac{P_2}{\rho g} + \frac{V_2^2}{2g}$$

ya que según la suposición 3, $\frac{P_2}{\rho g} = 0$ y llamando $h = Z_1 + \frac{P_1}{\rho g}$, entonces se tiene:

$$h + \frac{V_1^2}{2g} = Z_2 + \frac{V_2^2}{2g}$$

es decir,

$$V_2 = \left[2g \left(h - Z_2 + \frac{V_1^2}{2g} \right) \right]^{1/2}$$

La descarga teórica a través de una faja de espesor δZ es: $\delta Q = V_2 b \delta Z$, entonces:

$$Q = b \int_0^h V_2 dZ$$

$$Q = b \sqrt{2g} \int_0^h \left(h - Z + \frac{V_1^2}{2g} \right)^{1/2} dZ$$

$$Q = -\frac{2}{3} b \sqrt{2g} \left[\left(h - Z + \frac{V_1^2}{2g} \right)^{3/2} \right]_0^h$$

$$Q = \frac{2}{3} b \sqrt{2g} \left[\left(h + \frac{V_1^2}{2g} \right)^{3/2} - \left(\frac{V_1^2}{2g} \right)^{3/2} \right]$$

Ya que V_1 depende de Q , la solución de esta ecuación debe obtenerse por ensayo y error; sin embargo, la velocidad de aproximación V_1 es en general muy pequeña y la ecuación anterior se puede simplificar.

$$Q_{ideal} = \frac{2}{3} b \sqrt{2g} h^{3/2}$$

Un coeficiente C_d determinado experimentalmente, se involucra para considerar el uso de las suposiciones, entonces:

$$Q_e \text{ (empírico)} = C_d \frac{2}{3} b \sqrt{2g} h^{3/2}$$

C_d es conocido como **Coefficiente de descarga**.

Un vertedero rectangular sin contracción es aquel cuyo ancho es igual al del canal de aproximación. Para este tipo de vertedero es aplicable la fórmula de Rehbock para hallar el valor de C_d :

$$C_d = 0.602 + 0.083 \frac{h}{p}$$

Donde p es la altura de la cresta del vertedero medida desde el piso del canal.

Un vertedero rectangular con contracción es aquel en el cual el piso y los muros del canal están lo suficientemente alejados del borde del vertedero y por lo tanto no influyen en el comportamiento del flujo sobre él. Para este tipo de vertedero es aplicable la fórmula de Hamilton-Smith para hallar el valor de C_d :

$$C_d = 0.616 \left(1 - 0.1 \frac{h}{b} \right)$$

Ecuación para un vertedero triangular de pared delgada:

Siguiendo el mismo procedimiento anterior y despreciando el valor de $\frac{V_1^2}{2g}$ puesto que el canal de aproximación es siempre más ancho que el vertedero, se obtiene la descarga a través de una pequeña faja δZ ; como $\delta q = b \delta Z [2g (h-Z)]^{1/2}$ y

$b = 2Z \tan \frac{\theta}{2}$, entonces:

$$Q = 2 \tan \frac{\theta}{2} \sqrt{2g} \int_0^h Z (h - Z)^{1/2} dZ$$

haciendo $y=h-Z$

$$Q = 2 \tan \frac{\theta}{2} \sqrt{2g} \int_0^y (h - y)y^{1/2} dy$$

$$Q = 2 \tan \frac{\theta}{2} \sqrt{2g} \left[\frac{2}{3} h y^{3/2} - \frac{2}{5} y^{5/2} \right]_0^h$$

$$Q_{ideal} = \frac{8}{15} \tan \frac{\theta}{2} \sqrt{2g} h^{5/2}$$

Y para obtener el caudal real se introduce un coeficiente de descarga C_d :

$$Q_e \text{ (empírico)} = C_d \frac{8}{15} \tan \frac{\theta}{2} \sqrt{2g} h^{5/2}$$

Bibliografía

Lomax W. R., Saul A.J. Laboratory Work in Hydraulics. Bolton Institute of Technology. Great Britain 1979.

Práctica No 1 Vertederos de pared delgada

Análisis de resultados

1. Determine la ecuación de calibración para cada vertedero mediante regresión. Relacione h (mm) Vs Q (l/s).

2. Calcule el valor del coeficiente de descarga para cada caudal, el cual se debe obtener de tres maneras diferentes:

a. $C_d = (Q \text{ experimental}) / (Q \text{ ideal})$.

b. A partir de la ecuación de calibración.

c. A partir de la ecuación empírica.

Compare los tres resultados y calcule el coeficiente de correlación entre ellos (ρ_{ab} , ρ_{ac} , ρ_{bc}).

3. Determine el mínimo y el máximo porcentaje de error de precisión en el cálculo de C_d para cada vertedero.

4. Grafique:

a. h (mm) en la abscisa contra Q (l/s) en la ordenada. Ubique los puntos y trace la ecuación de calibración.

b. $\log h$ (mm) contra $\log Q$ (l/s). Ubique los puntos y trace la ecuación de calibración.

c. h (mm) contra C_d . Ubique los puntos y trace la ecuación obtenida a partir de la regresión y la ecuación empírica.

5. Compare el comportamiento de los vertederos estudiados.